DOI：10.16285/j.rsm.2025.0080 **CSTR:**32223.14.j.rsm.2025.0080

厚壁圆筒围岩试件的屈服机制及卸荷变形破坏特征

梁金平[1,2]，李小瑞[1,2]，荆浩勇[3]，侯公羽[4]，苏占东[1,2]，张明磊[1,2]

（1. 防灾科技学院 防灾减灾工程学院，河北 三河 065201；2. 防灾科技学院 河北省地震灾害防御与风险评价重点实验室，河北 三河 065201；
3. 国家管网集团工程技术创新有限公司，天津 300450；4. 中国矿业大学(北京) 力学与土木工程学院，北京 100083）

摘 要：为进一步弄清巷道（隧道）围岩的卸荷力学响应与屈服破坏机制，基于 Mohr-Coulomb 屈服准则分析了厚壁圆筒的强度规律及破坏机制，采用天然砂岩材料与水泥砂浆材料制作的厚壁圆筒围岩试件进行了模拟开挖卸荷变形及破坏试验，探索了巷道（隧道）围岩的卸荷变形规律及破坏机制。结果表明：（1）与岩芯试件加荷及卸荷相比，使用厚壁圆筒围岩试件进行卸荷试验，巷道周边最危险点处的围岩达到材料弹性极限的速度会比较快，即更容易达到其弹性极限状态，发生屈服或破坏。（2）水泥砂浆材料厚壁圆筒围岩试件呈现出的卸荷变形规律与天然砂岩材料基本一致，当卸荷比达到 95%左右时，卸荷变形基本完成。（3）初始应力较高的情况下，在卸荷过程中围岩试件就会产生破坏，且试件内壁处围岩最先达到不利的应力状态并产生破坏。（4）卸荷导致围岩朝向圆孔内自由面挤压膨胀，内壁上产生大量“鱼鳞状”或边缘薄而中间厚的岩片及岩块剥落，形成区域性破坏。试验结果可为深部地下工程围岩的稳定控制及支护设计提供理论支撑。

关 键 词：厚壁圆筒试样；巷道围岩；开挖卸荷；力学效应；屈服准则

中图分类号：TU452 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－7598 (2025) 09－2676－12

Yield mechanism and unloading deformation failure characteristics of thick-walled cylindrical surrounding rock specimens

LIANG Jin-ping[1,2], LI Xiao-rui[1,2], JING Hao-yong[3], HOU Gong-yu[4],
SU Zhan-dong[1,2], ZHANG Ming-lei[1,2]

(1. School of Disaster Prevention and Reduction Engineering, Institute of Disaster Prevention, Sanhe, Hebei 065201, China;
2. Hebei Key Laboratory of Earthquake Disaster Prevention and Risk Assessment, Institute of Disaster Prevention, Sanhe, Hebei 065201, China;
3. PipeChina Engineering Technology Innovation Co. Ltd., Tianjin 300450, China;
4. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: To further investigate the unloading mechanical response and yield failure mechanism of tunnel surrounding rock, we analyzed the strength law and failure mechanism of thick-walled cylinders using the Mohr-Coulomb yield criterion. Unloading deformation and failure comparison tests were conducted on thick-walled cylindrical specimens made of natural sandstone and cement mortar materials, aiming to explore the unloading deformation and failure mechanism of tunnel surrounding rock. The results indicate: 1) Compared to loading and unloading experiments on rock core specimens, the surrounding rock at the most dangerous point around the roadway in thick-walled cylinder unloading tests reached the material’s elastic limit more rapidly, making it more susceptible to yielding and failure. 2) The unloading deformation of cement mortar specimens was consistent with that of natural sandstone specimens. Unloading deformation was essentially complete when the unloading ratio reached approximately 95%. 3) Under high initial stress conditions, failure occurred in the surrounding rock during unloading. The inner wall of the specimen first reached an unfavorable stress state, leading to failure. 4) Unloading induced the surrounding rock to squeeze and expand toward the free surface of the circular hole, producing extensive spalling of “fish-scale” rock flakes and rock blocks (characterized by thin edges and thick middles) from the inner wall, resulting in localized damage. These findings provide theoretical support for stability control and supporting design of tunnel surrounding rock in deep underground engineering.

Keywords: thick-walled cylinder sample; surrounding rock; excavation unloading; mechanical effect; yield criterion

收稿日期：2025-01-20 录用日期：2025-04-29
基金项目：中央高校基本科研业务费项目（No.ZY20230208）；廊坊市科技支撑计划项目（No.2025013017）；国家自然科学基金联合基金项目（No.U2034205）。
This work was supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (ZY20230208), the Langfang Science and Technology Research and Development Program (2025013017) and the Joint Fund Program for National Natural Science Foundation of China (U2034205).
第一作者简介：梁金平，女，1993 年生，博士，讲师，主要从事地下空间工程及岩石力学方面的教学及研究工作。E-mail: mlkageljp@163.com

1　引　言

在地下工程中开挖隧道/巷道属于典型的卸荷过程，这一过程本质上是岩体从原位应力状态向二次应力状态的转变，伴随着围岩表现出复杂的力学行为，如径向应力消除引发的切向应力集中、时空动态应力重分布及岩体性质劣化等现象，可能诱发围岩剥落、大变形、岩爆等灾害，严重威胁工程安全。为控制围岩稳定，需要找到合理的研究方法，弄清围岩的卸荷力学响应与屈服破坏机制。

加载条件下岩石屈服破坏的研究已经比较深入，体系也比较完善[1]，但常规的加载岩石力学理论与研究结果难以准确解释围岩在开挖卸荷过程中表现出的复杂行为。国内外学者针对围岩的卸荷力学响应和屈服破坏机制开展了一系列研究[2-8]。Protosenya 等[2]研究了三维应力状态下的岩石强度及库仑判据的使用范围，通过 Stavrogin 和 Coulomb 强度条件，对围岩周边极限状态区的计算数据进行了比较。周小平等[3]考虑深部岩体的拉伸、剪胀和剪缩破坏，提出一种新的适用于深部岩体的强度准则。司雪峰等[4]研究了直墙拱形巷道围岩的板裂破坏特征，发现花岗岩直墙拱形巷道围岩产生了平行于直墙的板裂化结构，呈明显的拉伸破坏特性。Huang 等[5]研究了圆形隧洞围岩的破坏过程，监测到围岩内壁的破坏经历了平静、颗粒抛出、岩石碎片剥落和贯穿破坏 4 个阶段。Peng 等[6]报道了不同轴向应力下深部硬岩拱形巷道破坏特性，随着轴向应力的增大，围岩破坏剧烈程度会增大，但初始破坏竖向应力先增大后减小。王新丰等[7]采用综合研究方法对卸荷扰动作用下深部巷道围岩的典型形变特点进行分析，建立了围岩失稳破坏的综合评价体系，得出围岩裂隙场、应力场与位移场的时空演化特征。梁金平等[8]通过离散元数值模拟及室内试验研究了围岩的卸荷变形规律及应力调整过程，发现初始应力对围岩破坏及力学特性的影响显著。

对于岩石卸荷效应的研究一直是热点，其试验研究方法一般有 4 种：①方法 1，通常采用ϕ50 mm×100 mm 的标准岩芯试件，通过试验机来控制轴向位移不变或轴向应力不变，卸除围压来实现各种卸荷路径，直至试件完全破坏[9-12]。②方法 2，通过对长方体试件先进行 3 个方向的加载，再卸除某一方向的荷载来实现各种卸荷路径，至试件完全破坏[13-18]。③方法 3，使用相似模拟材料制作较大尺度的三维地质力学模型，通过人工或者机械钻掘设备直接取出“待开挖体”的方式来模拟开挖卸荷过程[17-19]。④方法 4，使用带有孔洞的立方体试件（边长为 100～200 mm）或者厚壁圆筒围岩试件（高度为 290 mm、内径为 40～150 mm、外径为 200 mm），进行真三轴压缩或者卸载孔内压力来模拟巷道开挖卸荷[20-25]。尽管上述方法各有特点，但也存在一定的局限性。方法 1 的主要缺陷是，假三轴试验无法区分中间主应力 σ_2 和最小主应力（围压）σ_3（$\sigma_2=\sigma_3$），也无法模拟巷道围岩实际的开挖卸荷状态，试验可获得无数个卸荷路径，判定卸荷路径的工程实际意义及有效的方法还不得而知。方法 2，边界条件与大型岩石地下空间（如大型水电洞室的直墙岩壁）的卸荷条件比较类似，可以获得硐室开挖后硐壁岩体的力学响应及岩爆响应，但对于岩石巷道的围岩而言，其边界条件相差较远。另外，岩石强度具有尺寸效应，一些典型的岩石试样强度与直径的关系研究结果表明，直径小于 200 mm 的试样强度受尺寸效应影响较大[26-27]。为了解决尺寸效应影响，方法 3 和方法 4 出现。方法 3，能够实现巷道开挖卸荷过程的模拟，但是这种方式无法精确地控制开挖卸荷速度，且施加于相似模拟材料的荷载量级较低（一般低于 5 MPa）。另外，直接开挖会对洞壁岩体产生较大的扰动。而方法 4 规避掉了方法 3 中的问题，可以真实模拟和再现巷道/隧道的开挖卸荷过程，实现由开挖前初始地应力状态卸荷至开挖后的围岩受力状态的模拟，避开了卸荷路径选取的难题。

综上，本文基于 Mohr-Coulomb 屈服准则分析了厚壁圆筒的卸荷屈服及破坏机制，并基于课题组已建的模拟巷道开挖卸荷试验系统，使用方法 4 进行了天然砂岩材料厚壁圆筒试件与水泥砂浆材料厚壁圆筒试件的模拟开挖卸荷变形及破坏试验研究，并分析了厚壁圆筒试件围岩破裂的产生机制。

2　基于 Mohr-Coulomb 准则的加、卸荷强度规律及屈服机制分析

2.1　岩芯试件加荷强度规律

岩芯试件（ϕ50 mm×100 mm）进行加荷试验公认的强度规律，如图 1 所示。其中，单轴加荷试验应力圆见图 1 中应力圆①，常规三轴加荷试验应力圆见图 1 中应力圆②，τ 为剪应力，σ 为正应力。

使用主应力不变量表示的岩石屈服准则或强度准则（即 Mohr-Coulomb 准则）[28]为

$$\sigma_1=\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\sigma_3+\frac{2c\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \tag{1}$$

式中：σ_1 为大主应力（轴压）；c 为黏聚力；φ 为内

摩擦角。

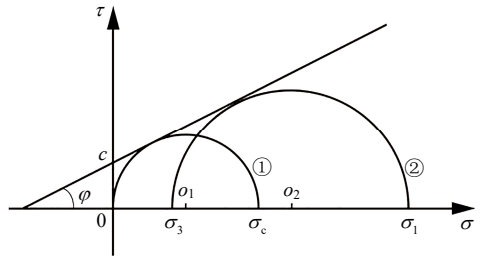


图 1 岩芯试件加荷试验的强度规律

Fig.1 Strength law of loading test of core specimen

在图 1 中，随着 σ_1 的增加，应力圆逐渐增大，直至与岩石的屈服/强度准则曲线相切为止。显然，有围压时岩石的强度 σ_c 会更大，且 σ_c 取决于小主应力（围压）σ_3 和强度参数 c、φ（见式（1））。

2.2 岩芯试件卸荷强度规律

岩芯试件（ϕ50 mm×100 mm）的卸荷试验强度规律，如图 2 所示。图中，σ_1^{I}、σ_1^{II}、σ_1^{III} 均为轴压，其上标 I、II、III 分别代表不同应力量级；σ_3^{III} 为 III 级围压。试验的荷载路径是：0→加荷至厚壁圆筒外围压 p_0（常规三轴加荷 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=p_0$）→将侧压卸荷至某一状态的值（即 $\sigma_2=\sigma_3<p_0$）。其中，若 p_0 较小，则卸荷至 0 时岩石也不会破坏，如图 2 的应力圆①所示；若 p_0 给予合适的值，使得卸荷至 0 时岩石也刚好破坏，如图 2 的应力圆②所示；若 p_0 较大，则卸荷至某一状态值 σ_3 时岩石就会破坏，如图 2 应力圆③所示。

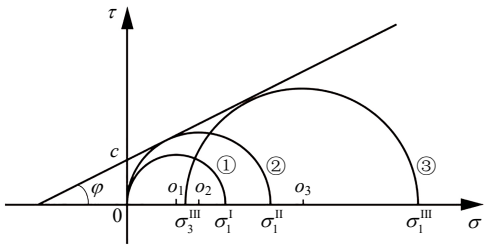


图 2 岩芯试件卸荷试验的强度规律

Fig.2 Strength law of unloading test of core specimen

但无论是使用岩芯试件（ϕ50 mm×100 mm）还是立方体试件（200 mm×200 mm×200 mm）进行卸荷试验，都面临加荷、卸荷路径的选择困境[15]。

2.3 厚壁圆筒围岩试件卸荷强度准则

三维厚壁圆筒模型的弹性解析，属于空间对称问题，以沿厚壁圆筒长度方向 z 轴为对称轴建立柱坐标系，单元体 6 个面上的力分别投影到沿厚壁圆筒径向及轴向方向。厚壁圆筒在轴向、内围及外围受均布荷载作用下弹性解[29]为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r&=\frac{p_0R_{\mathrm{S}}^2-p_1R_0^2}{R_{\mathrm{S}}^2-R_0^2}-\frac{R_0^2R_{\mathrm{S}}^2(p_0-p_1)}{R_{\mathrm{S}}^2-R_0^2}\frac{1}{r^2}\\ \sigma_\theta&=\frac{p_0R_{\mathrm{S}}^2-p_1R_0^2}{R_{\mathrm{S}}^2-R_0^2}+\frac{R_0^2R_{\mathrm{S}}^2(p_0-p_1)}{R_{\mathrm{S}}^2-R_0^2}\frac{1}{r^2}\end{aligned}\right\}\tag{2}$$

式中：R_0、R_{S} 分别为厚壁圆筒内半径、外半径；p_1 为厚壁圆筒内围压；σ_r、σ_θ 分别为径向应力和切向应力；r 为径向半径。

根据式（2）有厚壁圆筒内壁的应力为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_3&=\sigma_r=p_1\\ \sigma_1&=\sigma_\theta=\frac{(2p_0-p_1)R_{\mathrm{S}}^2-p_1R_0^2}{R_{\mathrm{S}}^2-R_0^2}\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

厚壁圆筒围岩试件（高为 290 mm、外径为 200 mm、内径为 40～150 mm）的卸荷试验强度规律，如图 3 所示。图中，σ_3^{I}、σ_3^{II} 分别为 I、II 级的围压。对比图 1～3 可以看出一个有趣的现象：在图 1 中，随着 σ_1 的增加，其应力圆向右变大；在图 2 中，随着 $\sigma_2=\sigma_3$ 的减小，其应力圆向左变小；而在图 3 中，随着内腔应力 p_1 的减小，应力圆同时向左、向右不等值变大，即图 1 和图 2 中的应力圆是单方向变化的，而图 3 中的应力圆是双向变化的。因此，使用厚壁圆筒围岩试件模拟卸荷，更容易达到材料弹性极限状态（即屈服、或破坏）。这一卸荷特性，对工程施工具有指导意义。

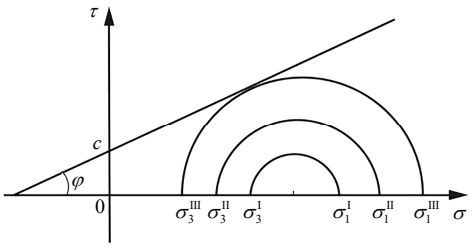


图 3 小型围岩试件开挖卸荷试验的强度规律

Fig.3 Strength law of unloading test of small surrounding rock specimen

2.4 厚壁圆筒围岩试件卸荷屈服机制

在厚壁圆筒围岩试件模拟开挖卸荷过程中，因卸荷应力重分布可能导致围岩部分区域应力超过或者达到材料的强度极限，产生不可恢复的塑性变形，屈服区从内壁开始并向外逐渐扩展。为了判断围岩是否达到屈服状态，需要引入屈服准则。基于 Mohr-Coulomb 准则推导厚壁圆筒围岩试件的屈服判据，将式（3）代入式（1）得到巷道周边达到弹

性极限状态时的屈服准则（或强度准则）：

$$p_1' = Mp_0 - Nc\cos\varphi \tag{4}$$

式中：p_1'为促使巷道周边达到弹性极限时的内腔维持压力（屈服临界内压），且有

$$M = \frac{R_S^2\sin\varphi - R_S^2}{R_0^2\sin\varphi - R_S^2} \tag{5}$$

$$N = \frac{R_S^2 - R_0^2}{R_S^2 - R_0^2\sin\varphi} \tag{6}$$

厚壁圆筒围岩屈服将由内腔卸荷引发的应力重分布来驱动，当厚壁圆筒围岩试件内围压 p_1 卸荷至小于 p_1' 时，从试件内壁围岩开始进入塑性状态，即初始屈服阶段；随着 p_1 进一步卸除，塑性区向外壁扩展。塑性区演化与材料参数密切相关，其中厚壁圆筒的径厚比（R_S/R_0）会显著影响围岩的屈服行为，径厚比增加时其径向需要的维持压力 p_1' 较小，较小径厚比（即筒壁较厚）可提高屈服临界内压 p_1'，增强抗卸荷破坏能力。当厚壁圆筒的径厚比一定时，分析厚壁圆筒围岩试件屈服准则中材料参数的敏感性，可以发现：①当外围压 p_0 增大，巷道周边达到极限状态时其径向需要的维持压力 p_1' 呈线性增加，高地应力可以显著提高围岩抗屈服能力；②当岩石的黏聚力 c 较大时，巷道周边达到极限状态时其径向需要的维持压力 p_1' 较小。

而巷道周边处的最大维持压力 p_1'，通常是由阶段性的支护技术与支护水平来决定。目前，p_1' 的量值（锚杆+U 型钢+喷射混凝土），一般不超过 1 MPa[30]。这就从支护机制上揭示了目前深部（地应力量级高）巷道的支护效果通常都不理想的原因。

2.5　无限厚壁圆筒卸荷强度准则

无限厚壁圆筒模型在弹性阶段的加、卸荷极限可以使用下式来计算：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r &= p_0\left(1-\frac{r^2}{R_0^2}\right)+p_1\\ \sigma_\theta &= p_0\left(1+\frac{r^2}{R_0^2}\right)-p_1\\ \sigma_z &= p_z\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

式中：σ_z 为轴向应力；p_z 为轴压。

根据式（7）有巷道周边处的弹性解为

$$\left.\begin{aligned}\sigma_3 &= \sigma_r = p_1\\ \sigma_1 &= \sigma_\theta = 2p_0 - p_1\\ \sigma_2 &= \sigma_z = p_z\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

将式（8）代入式（1）可得，无限厚壁圆筒模型中，巷道周边达到弹性极限状态时的屈服准则（或强度准则）为

$$p_1 = p_0(1-\sin\varphi) - c\cos\varphi \tag{9}$$

式（9）与厚壁圆筒屈服式（4）规律一致。对 φ 进行讨论，需要将式（9）对 φ 求导，即

$$p_1' = -p_0\cos\varphi + c\sin\varphi \tag{10}$$

从式（10）可知，当 $\varphi \geqslant \arctan(p_0/c)$ 时，厚壁圆筒内围压 p_1 随着 φ 的增大而增大；当 $\varphi < \arctan(p_0/c)$ 时，p_1 随着 φ 的增大而减小。注意，岩石的内摩擦角通常情况下不超过 45º。通常，高地应力情况下 $p_0/c \geqslant 1$，该条件下围岩的内摩擦角越大，则巷道径向需要的维持 p_1 越小，围岩的内摩擦角越小，则巷道径向需要的维持 p_1 越大。

需要指出，无限厚壁圆筒模型假设围岩无限延伸，适用于理论分析，但在实际应用中（如巷道或室内试验）围岩的尺寸是有限的。由于边界条件的差异，模型的弹性解可能会高估围岩的承载能力，导致预测结果与实际情况不符。为了更准确地描述有限尺寸试件的行为，可以修正后使用。修正方法包括但不限于：①引入有限边界条件；②引入尺寸效应因子；③数值模拟和试验数据验证修正。经过修正后的模型才能够更好地反映实际巷道或室内试验的边界条件。

3　开挖卸荷模拟试验系统及试验方案

3.1　开挖卸荷模拟试验系统设计思路

如何在实验室中实现巷道开挖过程的真实模拟，一直是个难点。考虑从力学模型入手，在力学原理及力学过程上实现与现场施工情况相符，无论采取何种施工方式，巷道开挖的实现都是“待开挖体”被取出的过程，巷道内壁上的径向应力逐渐卸载至 0，问题就转化成厚壁圆筒内围压 p_1 由原岩应力卸除至 0 的过程，如图 4 所示。

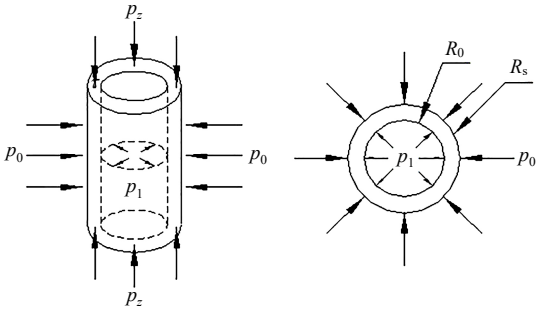


图 4　围岩试件初始应力

Fig.4　Initial stress of surrounding rock specimen

对厚壁圆筒围岩试件的内侧、外侧及轴向施加相同量级的 $p_1 = p_0 = p_z$，模拟某一埋深巷道的初始应力（$\lambda = 1$，λ 为侧压力系数）状态，此时厚壁圆筒内侧的应力值即为初始应力。待荷载保持一段时间至稳定后，保持外围压 p_0 和轴压 p_z 恒定，将内围压 p_1 按照一定的卸荷速度进行释放，此时厚壁圆筒内侧的应力值为 0。卸除内腔荷载后，继续保持外侧围压和轴压恒定，来研究围岩在开挖卸荷条件下的力学响应。

据此，课题组自主研发了巷道（隧道）围岩开挖卸荷模拟试验系统（图 5），来模拟高压下巷道的开挖卸荷过程[31]。试验系统采用伺服控制技术，具备 3 000 kN 的最大轴向加载能力和 100 MPa 的最大工作油压。内、外腔室配置独立的压力传感单元，可分别独立调控内腔围压及外部围压。油缸外腔尺寸为 1 150 mm×510 mm，内腔尺寸为 526 mm×350 mm。同时，采用 TDS530 型静态应变仪采集试验过程中的应变数据，应变测量精度为 0.1，数据采集频率为 1 Hz。

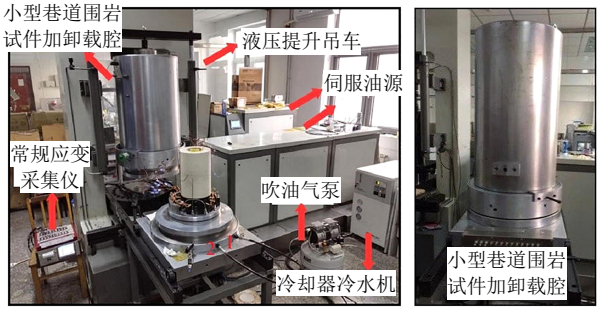


图 5 巷道（隧道）开挖卸荷试验系统[31]

Fig.5 Tunnel test system of excavation unloading[31]

3.2 试样制备

模拟卸荷试验采用的是高为 290 mm、外径为 200 mm、内径为 100 mm 的水泥砂浆及天然砂岩厚壁圆筒围岩试件（简称围岩试件）。在预制好的塑料模具（图 6）中浇筑水灰比为 0.4 的水泥砂浆，浇筑好的胚体放置在温度为（20±3）℃、湿度为 90%以上的标准养护条件下养护 28 d，通过机床精加工成水泥砂浆厚壁圆筒围岩试件。将从四川某煤矿巷道取到的天然砂岩块体机床精加工成天然砂岩厚壁圆筒围岩试件。

同时，为了测试材料的力学特性参数，制备了水泥砂浆及天然砂岩两种材料的标准岩芯试件（ϕ50 mm×100 mm），获得了水泥砂浆与天然砂岩材料的力学特性参数，见表 1。



图 6 塑料模具及砂岩块体

Fig.6 Plastic molds and sandstone blocks

表 1 水泥砂浆与砂岩的物理力学参数

Table 1 Physico-mechanical parameters of mortar materials and sandstone

介质	抗压强度/MPa	内摩擦角/(°)	黏聚力/MPa	弹性模量/GPa	泊松比 μ	纵波波速/(m·s^{-1})	密度/(g·cm^{-3})
水泥砂浆	25.0	23.6	9.20	7.9	0.19	2 384	1.97
天然砂岩	48.0	29.0	12.03	10.1	0.25	2 976	2.35

3.3 测量元件布设

为获得卸荷过程中围岩的切向变形规律，在厚壁圆筒围岩试件中部及距下端部 85 mm 位置处内、外壁上粘贴 2 组（1#、2#）应变片，对应位置处应变片的编号相同，仅以内、外侧进行区分，如图 7 所示。

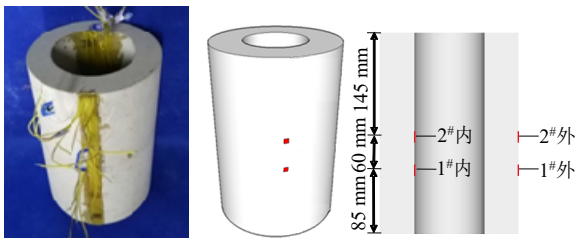


图 7 厚壁圆筒围岩试件及应变片布置

Fig.7 Thick-walled cylindrical specimens and strain gauges layout position

3.4 试验方法

为保证卸荷试验效果，根据砂岩及水泥砂浆材料的单轴抗压强度来设定应力量级。砂岩厚壁圆筒围岩试件卸荷试验设计应力量级为 20 MPa，水泥砂浆厚壁圆筒围岩试件卸荷试验设计应力量级为 10 MPa。卸荷试验采用应力控制方式，加卸载应力路径见图 8，具体试验方案如下：

（1）加载阶段：为了防止围岩试件在充油压力作用下发生移动，首先在围岩试件的轴向施加 2 MPa 的轴向荷载（*OA* 段）；以 0.1 MPa/s 的加载速度，在围岩试件的内腔及外围施加 2 MPa 的荷载（*AB* 段）；以 0.1 MPa/s 的加载速度，在试件的轴向、内腔及外围施加荷载，并达到初始应力水平（*BC* 段）。

（2）维持阶段：为稳定试件内部的应力场，轴向、内腔及外围加载至设定的初始应力水平后，保持荷载不变并维持一段时间（点 *C*）。

（3）卸荷阶段：在保持轴向及外围荷载不变的条件下，卸除内侧荷载（*CD* 段）。

（4）维持阶段：为获得卸荷后围岩的应变规律，在轴向及外围荷载不变状态下保持 10～12 min（点 *D*）。

试验过程中，试验系统会自动监测、记录轴向、内围及外围的应力变化。同时，应变仪实时采集监测点处围岩试件内侧及外侧的应变变化。

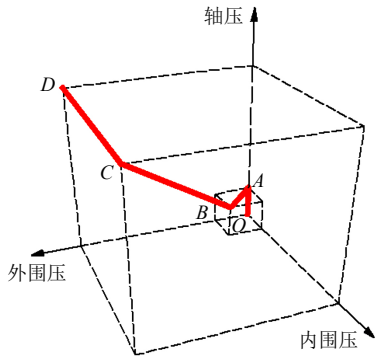
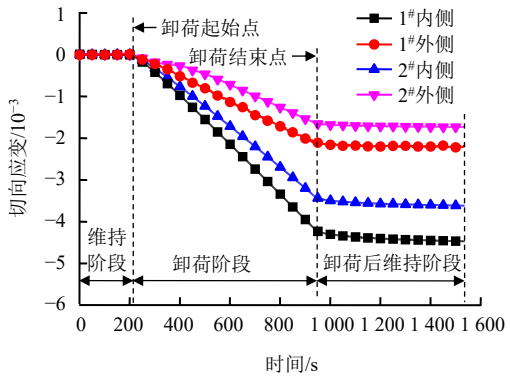
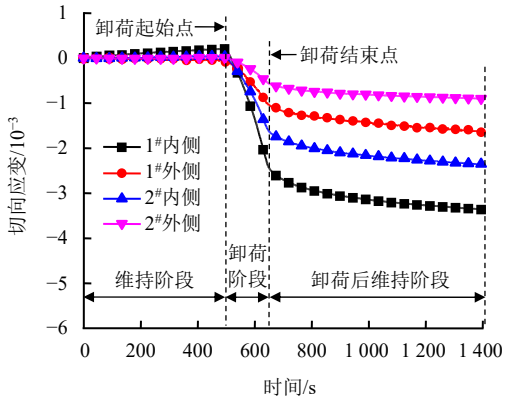


图 8　应力路径
Fig.8　Stress path



(a) 天然砂岩



(b) 水泥砂浆

图 9　两种材料的切向应变–时间变化曲线
Fig.9　Tangential strain-time change curves of two materials

4　厚壁圆筒围岩试件的卸荷变形特征

4.1　围岩卸荷变形规律

图 9 为天然砂岩及水泥砂浆材料厚壁圆筒围岩试件在卸荷试验过程中内外壁切向应变随时间的变化曲线。其中，正应变表示受拉，负应变表示受压。

天然砂岩围岩试件切向应变随时间变化情况表明，卸荷会导致切向产生压应变，并且随卸荷时间的推移，变形持续增加直至试验结束。由于天然砂岩材料致密性高，在试验前期的三向加载过程中，试件几乎不会被二次压缩产生变形，故卸荷前的三向加载阶段应变–时间曲线保持水平。

卸荷后切向变形呈现两个阶段：变形快速增加阶段、变形速度衰减阶段。在卸除内围压的过程中变形增长速度最快，至卸荷结束点处曲线出现明显转折点，变形速度出现明显降低趋势。同一断面处，天然砂岩围岩试件内侧产生的切向应变显著高于外侧，约为 2 倍。同一轴线上，1#测点的切向应变量高于 2#测点，推测 1#测点靠近试件的端部，会受到卸荷效应和端部效应的叠加作用，导致变形高于试件中部。

水泥砂浆围岩试件卸荷过程中切向应变规律与天然砂岩卸荷应变响应规律一致，但变形总量有所区别。水泥砂浆围岩试件在三向荷载作用下产生了较小变形，且不同位置处压密变形不同。与天然砂岩材料不同，水泥砂浆材料在制作过程中内部会含有一些空隙，在三向加载过程中，会被压密产生少量变形。但两种材料的试件在卸荷后切向变形均呈现两个阶段（图 9）：变形快速增加阶段、变形速度衰减阶段。卸荷后，巷道围岩的切向始终产生压应变，试件内孔壁产生的切向应变量显著高于外壁，洞径挤压缩小。巷道切向应力的挤压作用促使围岩发生切向压应变，进而导致围岩径向发生拉应变。

4.2　围岩卸荷比

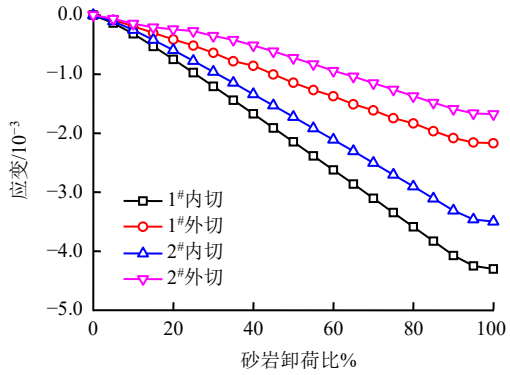
为了对比两种材料围岩试件应变随卸荷比的变化，对围岩卸荷比进行了定义：

$$R=\frac{p_1^0-p_1^t}{p_1^0-p_1^s}\times 100\% \tag{11}$$

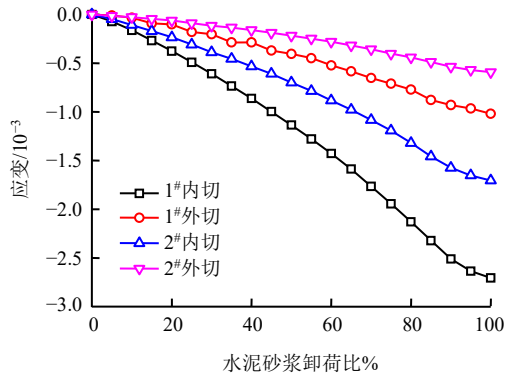
式中：R 为卸荷比；p_1^0 为初始内围压；p_1^t 为卸荷过程中某一时刻 t 的内围压值；p_1^s 为卸荷停止时的内

围压。注意，在使用厚壁圆筒围岩试件进行的卸荷试验中，内围压卸除至 0，故 $p_1^s=0$。

图 10 为砂岩及水泥砂浆材料围岩切向应变随卸荷比的变化曲线，从图中可以看出，两种材料围岩试件的卸荷切向应变都呈现出一致的变化规律：随着卸荷的进行，切向应变基本呈现线性增加的趋势。此外，无论是水泥砂浆还是天然砂岩围岩试件，在卸荷比达到95%左右，卸荷阶段的变形基本完成。但要注意，在卸荷后维持阶段，变形持续增加。



(a) 天然砂岩



(b) 水泥砂浆

图 10 卸荷应变随卸荷比的变化趋势

Fig.10 Variation trends of unloading strain with unloading ratio

研究结果表明，卸荷试验中水泥砂浆材料围岩试件呈现出的变形规律与天然砂岩材料基本一致，故可以被大量采用来制作厚壁圆筒围岩试件。此外，水泥砂浆材料具有良好的稳定性及可模性，可以根据需求配制强度，并可以实现在试件内部预埋测量元件，这样便可获得径向应变试验数据，进而研究开挖卸荷条件下围岩的三向变形规律。

5 卸荷屈服破坏及破裂机制分析

5.1 围岩卸荷屈服及破坏特征

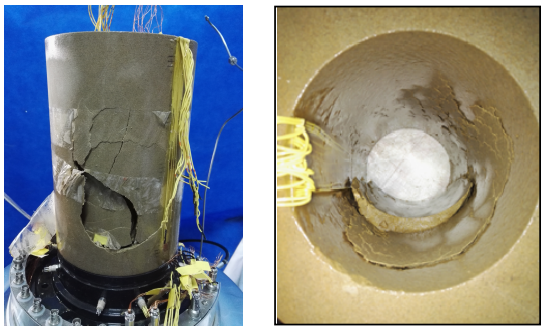
研究巷道围岩的屈服及破坏特征，不仅可以掌握巷道围岩的破坏机制，也可以为支护设计和施工提供理论依据。因此，本文还进行了一系列的卸荷破坏试验，试验方法与变形试验研究相同。为了使围岩试件屈服破坏，砂岩围岩试件初始围压设置为 40 MPa，水泥砂浆围岩试件初始围压设置为 18 MPa。

试验初始在围岩试件内、外围及轴向同时施加荷载，在这种复合应力状态下试件的各个部分都会受到相应的应力作用，且应力分布相对均匀。在模拟开挖卸荷过程中，随着内腔荷载的逐渐卸除，围岩的原始应力状态被打破，导致围岩应力重分布，当卸荷至屈服极限应力时，靠近内孔壁处围岩发生局部屈服。基于式（4）的弹性极限状态分析，计算得到天然砂岩和水泥砂浆材料围岩试件内壁围岩达到弹性极限状态时的内腔应力值 p_1' 分别为 14.47、4.98 MPa。这表明，当砂岩围岩试件和水泥砂浆围岩试件的内腔应力分别卸荷至 14.47、4.98 MPa 时，内壁围岩发生屈服并触发塑性变形。随着内腔应力的进一步卸除，塑性变形积累，导致屈服范围扩展，剩余未破坏部分仍会继续承受荷载，围岩应力状态持续发生变化，可能会进一步导致其他区域的应力集中和破坏，表现为围岩径向深部的破坏。由于试验中，内腔应力从初始值逐步卸除至 0 MPa，相比之下砂岩的破坏将会更加严重。

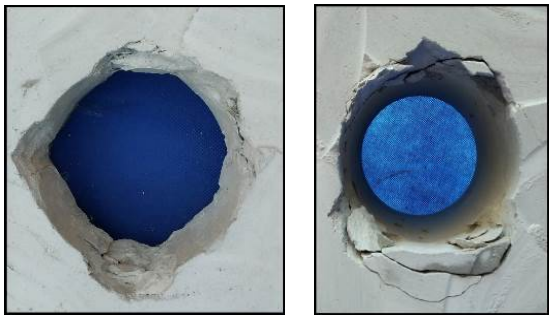
从图 11 中可以看出，天然砂岩及水泥砂浆围岩试件确实发生了破坏。砂岩围岩试件在内壁上产生区域性的岩片分层及块状破坏，块状破坏向腔内移动，而且在内壁上破坏较为严重的区域对应的外壁上也产生了破坏，即围岩在径向上的破坏深度延伸到了外壁，而内壁上破坏较轻的区域，外壁完整没有破坏。水泥砂浆围岩试件沿中部切开后的两个横断面破坏图显示出，卸荷后试件内壁上发生了破坏，产生了岩片及岩块剥落，掉落的块体呈现出边缘薄而中间厚的特点，围岩在径向上也发生了一定深度的破坏，但破坏没有延伸到试件外壁，试件外壁完整没有产生破坏。破坏试验结果与卸荷屈服理论分析结果有良好的一致性。

5.2 围岩破裂机制分析

在开挖卸荷试验中，随着厚壁圆筒内侧荷载的减小（即 p_1 逐渐减小），巷道周边将由弹性变形状态到弹性极限状态，再到弹–塑性变形状态。当 p_1 逐渐减小至 0 时，由式（3）给出的应力场变化规律由图 12 所示，其中 $\delta=R_S^2/(R_S^2-R_0^2)\geqslant 1$。显然，在巷道周边处是最不利的应力状态。



(a) 天然砂岩试件破坏



(b) 水泥砂浆试件破坏

图 11　围岩试件破坏

Fig.11　Fractures of surrounding rock specimens

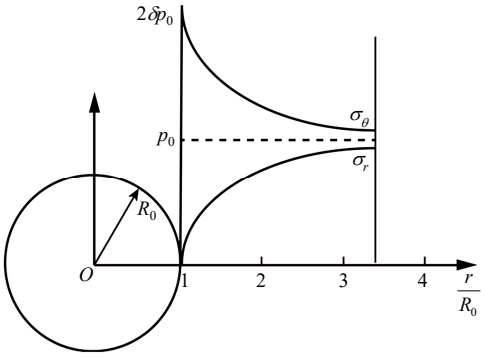
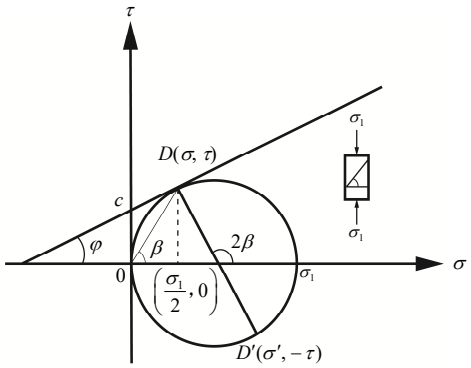


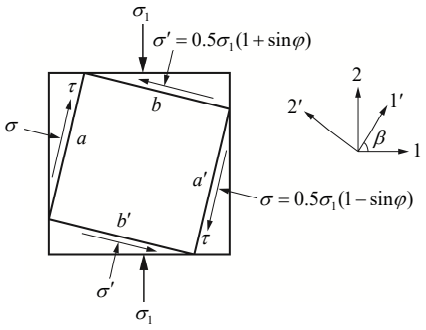
图 12　巷道周边弹性状态的应力场变化规律

Fig.12　Variation law of stress field in the elastic state around roadway

在巷道周边处，选取使巷道周边最易发生破裂的应力组合进行二维应力圆分析。假设巷道周边处的应力状态（σ_1，σ_3）=（$2\delta p_0$，0）刚好处于弹性极限状态，应力圆与岩石强度准则之间的关系如图 13 所示。图中，β为破裂截面与水平面的夹角，σ'为与破裂截面垂直斜面上的正应力。其中，图 13(a)中产生破裂的截面上的应力状态如图 13(b)所示。在图 13(a)中，由简单的三角函数计算可知，点 D 的应力状态为 $(\sigma, \tau)=[0.5\sigma_1(1-\sin\varphi),\ 0.5\sigma_1\cos\varphi]$，点 D' 的应力状态为 $(\sigma', -\tau)=[0.5\sigma_1(1+\sin\varphi)$，$-0.5\sigma_1\cos\varphi]$。



(a) 应力圆



(b) 单元体截面上的应力分析

图 13　二维应力状态下的应力圆分析

Fig.13　Analysis of stress circles in a two-dimensional stress state

显然，分析图 13(b)可知，截面 a 或 a' 是最易破裂的截面，这与“对于金属材料或围岩应力较大情况下的岩石材料，破裂常沿最大剪应力面发生”的结论是一致的。该破裂截面与水平面的夹角β = π/4+φ/2，与最大主应力 σ_1 的夹角为π/4−φ/2。该理论分析结果与室内试验及现场监测结果较吻合，可以解释硐室内壁上岩片的剥落破坏。

分析围岩的破裂机制，可以利用卡斯特纳求解结果（图 14）来分析。图中，σ_r^e、σ_θ^e 分别为弹性区径向应力和切向应力，σ_r^p、σ_θ^p 分别为塑性区径向应力和切向应力；R_p 为塑性区半径。在 p_i 减小至 0 时，巷道周边处的应力状态从弹性状态转变到弹性极限状态（图 12 所示）。随着塑性区的发展，在巷道周边一定范围内形成如图 14 所示的应力场分布。越接近自由面的应力差越大，并在洞壁处达到最大，这与复杂地下硐室典型开挖围岩中存在应力分异现象不谋而合。显然，在弹塑性交界处的应力状态，是使得巷道围岩继续发生破裂的最有利的应力组合。

结合式（4）和图 3、12 可以看出，随着内侧荷载的卸除，围岩内某一点处的最大、最小应力之差的峰值从巷道周边向围岩深处快速发展，遇到完

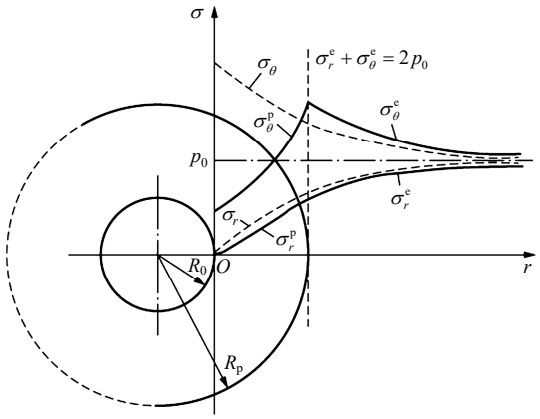


图 14 卡斯特纳求解的应力场变化规律
Fig.14 Variation law of stress field solved by Kastner

好、抵抗变形强劲的围岩介质，就被最大、最小应力之差的峰值所压裂，形成破裂。当围岩均质连续的情况下，可能会形成连续性的压裂（破坏）。当围岩非均质时，在围岩脆弱处因其抵抗能力较小而产生较大变形，压裂（破坏）相对也较小；在连续完好、抵抗变形强劲处因其抵抗能力较大而受到较大的应力作用，更容易形成新的局部破坏。

但是，这种破裂并不会一直扩展到围岩深处。因为破裂以及一定厚度的塑性区的形成，相当于在弹塑性区的交界面处作用了量级较大的 p_1，将使得围岩深处应力状态逐渐趋于原岩应力状态。

6 讨 论

巷道（隧道）围岩开挖卸荷模拟试验系统的设计思路及系统集成在文献[31]中给出了详细的介绍，并通过高强石膏材料制作的厚壁圆筒围岩试件开展卸荷试验，获得了试件的卸荷应变，证明了模拟卸荷试验方法的可行性[31]。进一步地，李小瑞等[32]基于该试验系统，利用有机玻璃围岩试件研究了巷道围岩二次应力状态下弹性阶段围岩的变形规律，验证了试验系统的稳定性。本文在这些研究基础上，在材料选择、理论分析及破坏机制等方面实现了突破，进一步深化了对巷道围岩开挖卸荷效应的研究，从屈服准则入手来分析厚壁圆筒的强度规律，依靠模拟开挖卸荷试验系统[31]，实现了利用天然砂岩与水泥砂浆厚壁圆筒试件进行模拟巷道开挖卸荷的试验设想，获得了两种材料的卸荷变形规律及破坏特征，并对厚壁圆筒试件的卸荷破坏机制进行了分析。

巷道开挖卸荷后围岩发生应力重分布，围岩的卸荷径向应变演化规律十分重要，但天然砂岩试件因无法内部预置应变片导致无法获得径向应变数据。水泥砂浆材料这种类岩石材料因其力学性质稳定、可塑及便捷等特性，常被用作模拟真实岩石的替代品，在实验室中进行各种力学试验，且在岩石力学领域的研究中应用广泛[33-35]。因此，试验除了使用天然砂岩围岩试件外，也采用了水泥砂浆材料制作厚壁圆筒围岩试件，进行模拟卸荷试验并获得了两种试验材料的卸荷变形规律及破坏特征，证明了水泥砂浆材料模拟开挖卸荷试验的可靠性。

根据海姆假说，岩体深部的水平应力与垂直应力大致相等，即岩体深处的应力分布符合静水压力状态（$\lambda = 1$）。本文试验设计也是基于这一假说，通过对厚壁圆筒围岩试件的内侧、外侧及轴向施加相同量级的均匀压力，模拟某一埋深巷道的初始应力状态。这种设计的主要考虑为静水压力状态是一种合理的简化假设，并且实验室条件下对厚壁圆筒围岩试件的内侧、外侧及轴向施加相同量级的均匀压力更易于实现[31]。海姆假说为本文试验设计提供了理论依据，但实际深部巷道存在$\lambda \neq 1$的情况，故试验结果具有一定的局限性。一方面，可能会导致围岩应力分布与实际情况的偏差，高估或低估了对某些区域的应力集中现象；另一方面，可能会影响围岩的破坏模式，导致试验中观察到的破坏模式与实际情况不完全一致。

尽管如此，本文获得的破坏特征与实际地下工程破裂的特征类似，且与常规三轴卸荷条件下的破坏模式显著不同[9-18]，这些都是有意思的发现。后续研究中可以通过数值模拟对比分析两种情况下围岩响应，量化假设对试验结果的影响，并通过现场的实测地应力数据，验证试验结果的可靠性。

7 结 论

（1）与岩芯试件相比，厚壁圆筒模型在模拟卸荷时，最危险点（巷道周边）达到材料的弹性极限的速度会比较快，即厚壁圆筒模型模拟卸荷更容易达到弹性极限状态（即屈服、或破坏）。

（2）根据弹性解推导及模型试验结果，初始地应力增加，促使内壁屈服的内腔维持压力会相应提升，表明在初始应力较高的情况下，围岩会在卸荷过程中产生塑性破坏。另外，若试件材料黏聚力降低，则会加速屈服的发生。

（3）天然砂岩及水泥砂浆材料制作的厚壁圆筒试件在卸荷过程中表现出的卸荷变形规律基本一致。卸荷过程中切向产生压应变，且内孔壁产生的切向应变量显著高于外壁。当卸荷比达到 95%左右时，卸荷变形基本完成。

（4）卸荷会导致围岩朝向圆孔内自由面挤压膨胀，在径向卸荷及切向压应力增加耦合下，试件内壁先达到最不利应力状态，并沿着最易破裂的截面产生破裂，内壁上形成区域性“鱼鳞状”或边缘薄而中间部分较厚的岩片及岩块剥落破坏，符合破裂截面与切向应力的夹角为$\pi/4-\varphi/2$ 的理论结果。

参 考 文 献

[1] 俞茂宏. 强度理论百年总结[J]. 力学进展, 2004, 34(4): 529-560.
YU Mao-hong. Advances in strength theories for materials under complex stress state in the 20th century[J]. **Advances in Mechanics**, 2004, 34(4): 529-560.

[2] PROTOSENYA A G, KARASEV M A, BELYAKOV N A. Numerical simulation of rock mass limit state using Stavrogin’s strength criterion[J]. **Journal of Mining Science**, 2015, 51(1): 31-37.

[3] 周小平, 钱七虎, 杨海清. 深部岩体强度准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(1): 117-123.
ZHOU Xiao-ping, QIAN Qi-hu, YANG Hai-qing. Strength criteria of deep rock mass[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(1): 117-123.

[4] 司雪峰, 张子龙, 宫凤强. 深部直墙拱形巷道围岩板裂破坏的试验研究[J]. 采矿与岩层控制工程学报, 2024, 6(4): 115-129.
SI Xue-feng, ZHANG Zi-long, GONG Feng-qiang. Experimental study on spalling failure of rock in deep arch roadway with vertical walls[J]. **Journal of Mining and Strata Control Engineering**, 2024, 6(4): 115-129.

[5] HUANG Lin-qi, LIU Mao-lin, WANG Jiao-wei, et al. Temperature effects on the failure of deep circular tunnel under true-triaxial compression[J]. **Journal of Central South University**, 2024, 31(9): 3119-3141.

[6] PENG K, LAI R Z, LUO S, et al. Influence of axial stress on failure characteristics of deep arched hard rock roadway[J]. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, 2024, 34(12): 4032-4048.

[7] 王新丰, 何毅, 陆明远, 等. 开挖卸荷扰动深部巷道围岩变形破坏特征研究[J]. 中国安全科学学报, 2021, 31(8): 83-90.
WANG Xin-feng, HE Yi, LU Ming-yuan, et al. Study on deformation and failure characteristics of deep roadway surrounding rock under excavation unloading disturbance[J]. **China Safety Science Journal**, 2021, 31(8): 83-90.

[8] 梁金平, 荆浩勇, 侯公羽, 等. 卸荷条件下围岩的细观损伤及力学特性研究[J]. 岩土力学, 2023, 44(增刊 1): 399-409.
LIANG Jin-ping, JING Hao-yong, HOU Gong-yu, et al. Meso-damage and mechanical characteristics of surrounding rock under unloading condition[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(Suppl.1): 399-409.

[9] 潘孝康, 陈结, 姜德义, 等. 三轴卸围压条件下砂岩声发射统计特征[J]. 煤炭学报, 2018, 43(10): 2750-2757.
PAN Xiao-kang, CHEN Jie, JIANG De-yi, et al. Statistical characteristics of sandstone acoustic emission under triaxial unloading confining pressure[J]. **Journal of China Coal Society**, 2018, 43(10): 2750-2757.

[10] 杨永杰, 马德鹏, 周岩. 煤岩三轴卸围压破坏声发射本征频谱特征试验研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2019, 36(5): 1002-1008.
YANG Yong-jie, MA De-peng, ZHOU Yan. Experimental research on spectrum signature eigen of acoustic emission of coal and sandstone damage under triaxial unloading confining pressure[J]. **Journal of Mining and Safety Engineering**, 2019, 36(5): 1002-1008.

[11] LUO S, GONG F Q, LI L L, et al. Linear energy storage and dissipation laws and damage evolution characteristics of rock under triaxial cyclic compression with different confining pressures[J]. **Transactions of Nonferrous Metals Society of China**, 2023, 33(7): 2168-2182.

[12] CHEN Xu, TANG Chun-an, YU Jin, et al. Experimental investigation on deformation characteristics and permeability evolution of rock under confining pressure unloading conditions[J]. **Journal of Central South University**, 2018, 25(8): 1987-2001.

[13] ZHAO X G, WANG J, CAI M, et al. Influence of unloading rate on the strain burst characteristics of Beishan granite under ture-triaxial unloading conditions[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2014, 47(2): 467-483.

[14] LI X B, FENG F, LI D Y, et al. Failure characteristics of granite influenced by sample height-to-width ratios and intermediate principal stress under true-triaxial unloading conditions[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2018, 51(1): 1321-1345.

[15] HE M C, XIA H M, JIA X N, et al. Studies on classification, criteria and control of rockbursts[J]. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 2012, 4(2): 97-114.

[16] 李夕兵, 陈正红, 曹文卓, 等. 不同卸荷速率下大理岩破裂时效特性与机理研究[J]. 岩土工程学报, 2017,

39(9): 1565-1574.
LI Xi-bing, CHEN Zheng-hong, CAO Wen-zhuo, et al. Time-effect properties and mechanisms of marble failure under different unloading rates[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2017, 39(9): 1565-1574.

[17] LI S C, GAO C L, ZHOU Z Q, et al. Analysis on the precursor information of water inrush in karst tunnels: a true triaxial model test study[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2019, 52(2): 373-384.

[18] 任明洋, 张强勇, 陈尚远, 等. 复杂地质条件下大埋深隧洞衬砌与围岩协同作用物理模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2019, 52(8): 98-109.
REN Ming-yang, ZHANG Qiang-yong, CHEN Shang-yuan, et al. Physical model test study on synergistic action of lining-rock for deep tunnel under complex geological conditions[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2019, 52(8): 98-109.

[19] 舒晓云, 田洪铭, 陈卫忠, 等. 不同水平应力条件下层状软岩隧道开挖变形破坏模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2023, 42(增刊 2): 4204-4215.
SHU Xiao-yun, TIAN Hong-ming, CHEN Wei-zhong, et al. Model tests for deformation and failure characteristics during layered soft rock tunnel excavation under different horizontal stress conditions[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2023, 42(Suppl.2): 4204-4215.

[20] THOMAS B, MURAT K, SELAHATTIN A, et al. Influence of deviatoric stress on rockburst occurrence: An experimental study[J]. **International Journal of Mining Science and Technology**, 2018, 28(5): 763-766.

[21] LABIOUSE V, VIETOR T. Laboratory and in situ simulation tests of the excavation damaged zone around galleries in Opalinus clay[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2014, 47(1): 57-70.

[22] 司雪峰, 宫凤强. 深部高应力圆形隧洞内部卸荷条件下岩爆模拟试验和强度弱化效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2021, 40(2): 276-289.
SI Xue-feng, GONG Feng-qiang. Rockburst simulation tests and strength-weakening effect of circular tunnels under deep high stresses and internal unloading conditions[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2021, 40(2): 276-289.

[23] 李夕兵, 吴秋红, 董陇军, 等. 含充填物的厚壁圆筒砂岩的力学性质研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(12): 2149-2156.
LI Xi-bing, WU Qiu-hong, DONG Long-jun, et al. Mechanical property of thick-walled hollow cylinders of sandstone with filling[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, 37(12): 2149-2156.

[24] 梁金平. 巷道开挖卸荷围岩的力学响应及损伤机理研究[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2021.
LIANG Jin-ping. Study on mechanical response and damage mechanism of surrounding rock during roadway excavation unloading[D]. Beijing: China University of Mining and Technology (Beijing), 2021.

[25] HOU G Y, LIANG J P, JING H Y, et al. Experimental study on deformation and acoustic emission characteristics of arch roadway under different unloading rates[J]. **Advances in Civil Engineering**, 2020: 1-18.

[26] 洪亮, 李夕兵, 马春德, 等. 岩石动态强度及其应变率灵敏性的尺寸效应研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(3): 526-533.
HONG Liang, LI Xi-bing, MA Chun-de, et al. Study on size effect of rock dynamic strength and strain rate sensitivity[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(3): 526-533.

[27] 尤明庆. 岩石试样的强度及变形破坏过程[M]. 北京: 地质出版社, 2000.
YOU Ming-qing. Strength and deformation-failure process of rock samples[M]. Beijing: Geological Publishing House, 2000.

[28] MATSUOKA H, NAKAI T. Relationship among Tresca, Mises, Mohr Coulomb and Matsuoka-Naka failure criteria[J]. **Soil sand Foundations**, 1985, 25(4): 123-128.

[29] 梁亚平, 王惠珍, 任兴民. 两端均布轴向线性分布压力作用下厚壁圆筒空间轴对称问题的解析解[J]. 中国科学(G 辑: 物理学力学天文学), 2007, 37(5): 684-688.
LIANG Ya-ping, WANG Huai-zhen, REN Xing-min. Analytical solution for spatial axisymmetric problem of an thick-wall cylinder subjected to both ends average pressure and axially linear distribution pressure[J]. **Science in China (Series G: Physics, Mechanics and Astronomy)**, 2007, 37(5): 684-688.

[30] 侯公羽, 李晶晶, 杨悦, 等. 围岩弹塑性变形条件下锚杆、素喷混凝土和 U 型钢的支护效果[J]. 岩土力学, 2014, 35(5): 1357-1366.
HOU Gong-yu, LI Jing-jing, YANG Yue, et al. Support effects of anchor bolt, shotcrete and U-steel in elastoplastic stage of surrounding rock[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(5): 1357-1366.

下转第 2702 页